Énoncés

Exercice 1

Compléter les phrases suivantes.

a] Dans un triangle ABC rectangle en A :

l'hypoténuse est …

le côté adjacent à $\widehat{ABC}$ est …

le côté adjacent à $\widehat{ACB}$ est ...

b] Dans un triangle DEF rectangle en E :

l'hypoténuse est …

le côté opposé à $\widehat{EDF}$ est …

le côté opposé à $\widehat{EFD}$ est ...

c] Dans un triangle GHI rectangle en H :

l'hypoténuse est …

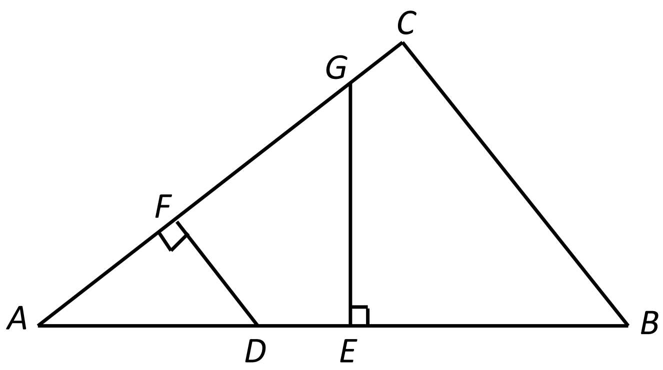
le côté adjacent à $\widehat{HIG}$ est …

le côté opposé à $\widehat{HGI}$ est ...

Exercice 2

On considère la figure ci-contre.

Compléter les phrases suivantes lorsque c'est possible.



a] L'hypoténuse du triangle ABC est …

b] L'hypoténuse du triangle AEG est …

c] Dans le triangle EGA, le côté opposé à $\widehat{EGA}$ est ...

d] Dans le triangle ABC, le côté adjacent à $\widehat{BAC}$ est ...

e] Dans le triangle AEG, le côté adjacent à $\widehat{AEG}$ est ...

f] Dans le triangle ADF, le côté adjacent à $\widehat{DAF}$ est ...

g] Dans le triangle BEG, le côté opposé à $\widehat{EGB}$ est ...

Exercice 3

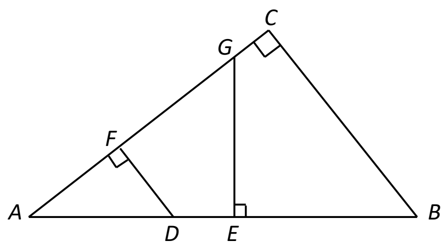
Compléter les phrases suivantes :

a] « Dans TUV rectangle en V, l'hypoténuse est … , la tangente de $\widehat{TUV}$ vaut … et le … de $\widehat{TUV}$ vaut $\dfrac{TV}{TU}$. »

b] « Dans le triangle … rectangle en …, on a $\tan(\widehat{HJK}) = \dfrac{HK}{KJ}$. »

Exercice 4

On considère la figure ci-contre.



1. Exprimer de trois manières différentes ce que vaut $\sin(\widehat{CAD})$.

2. Démontrer que $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{AE}{AG}$.

Exercice 5

Avec la calculatrice, donner la valeur des sinus et des tangentes des angles donnés, arrondies au centième.

Angle	30°	45°	20°	83°	60°
Sinus					
Tangente					

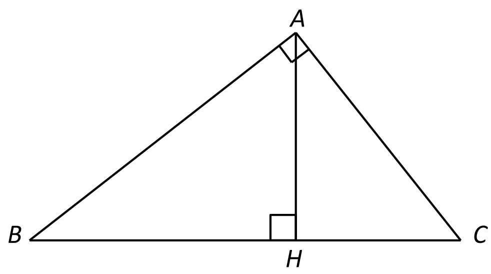
Exercice 6

À l'aide de la calculatrice, calculer la valeur arrondie au degré de la mesure des angles.

Sinus	0,4	0,9	1,1
Angle			

Tangente	0,28	1	2,3
Angle			

Exercice 7



On considère la figure ci-contre.

1. Justifier que les angles $\widehat{ABH}$ et $\widehat{HAC}$ ont la même mesure.

2. Démontrer que $\dfrac{AH}{BH}=\dfrac{CH}{AH}$

3. Écrire AH^2 en fonction de BH et CH.

Exercice 8

ABC est un triangle rectangle en *A.* On a AB = 5 cm et $\widehat{BCA}=35\,°$. Calculer la longueur *BC* arrondie au cm.

Exercice 9

MNP est un triangle rectangle en *M* tel que PN = 5,4 cm et $\widehat{MPN}=42\,°$. Calculer *MP* arrondie au millimètre.

Exercice 10

Soit *RST* est un triangle rectangle en *S* tel que RS = 4 cm et ST = 7 cm.

Calculer $\widehat{SRT}$ arrondi au centième de degré.

Exercice 11

1. Construire un triangle *ABC* rectangle en *A*, tel que AC = 5 cm et $\widehat{ABC}=40\,°$.

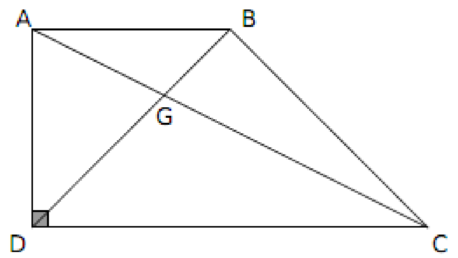
On nomme *H* le pied de la hauteur issue de *A*.

2. Calculer la longueur *AB* arrondie au millimètre.

3. Calculer la longueur *AH* arrondie au dixième de millimètre.

Exercice 12

ABCD est un trapèze rectangle de bases [*AB*] et [*CD*] avec *AB* = *AD* = 4,5 cm et *DC* = 6 cm.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$ arrondie au degré.

2. Calculer la longueur de la diagonale [*AC*].

3. Quelle est la nature du triangle *ABD* ? Justifier.

4. Calculer la longueur *BD* arrondie au millimètre.

Exercice 13

Dans la nuit, un lampadaire de 2,60 m de haut, dessine sur le sol un disque de 3,4 m de diamètre.

Quelle est la mesure, arrondie au degré, de l'angle formé par le cône de lumière à son sommet ?

Exercice 14

Pour une raison qui ne regarde que lui, Arnold doit poser son échelle de 2,20 m contre un mur.

Afin d'être suffisamment stable et d'éviter de glisser, l'échelle doit former un angle d'au moins 67° avec le sol.

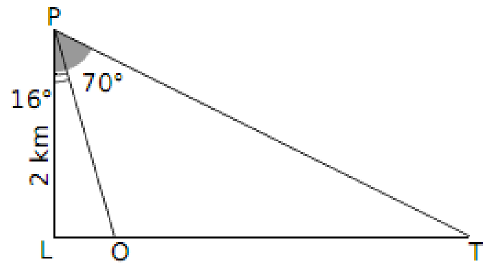
1. Gêné par un bassin à poissons rouges, Arnold n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur.
   Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifier.

2. À quelle distance maximum du mur (en cm) Arnold doit-il placer son échelle pour qu'elle soit stable ?

Exercice 15

Perle veut connaître la distance entre deux monuments placés en *O* et en *T* et alignés avec le point *L*.

Elle sait que *LP* = 2 km, que (*LP*) est perpendiculaire à (*LT*) et, par visée à partir du point *P*, elle a obtenu les mesures des angles $\widehat{LPO}$ et $\widehat{LPT}$.



1. Exprimer *OT* en fonction de *LT* et *LO*.

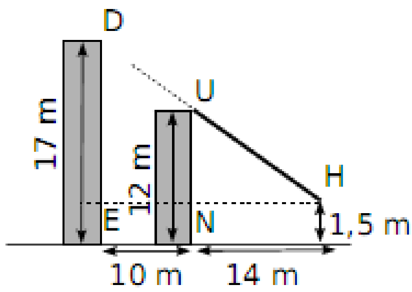
2. Calculer *OT*.

Exercice 16

Deux immeubles distants de 10 m sont situés l'un derrière l'autre.

Le premier immeuble mesure 12 m. Hector se trouve à 14 m du premier immeuble, ses yeux sont à 1,50 m du sol.

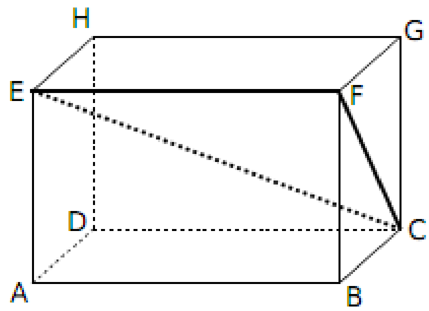
Peut-il voir l'immeuble qui mesure 17 m ?



Exercice 17

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que :

AB = 10 cm
BC = 4,8 cm
GC = 6,4 cm



1. Calculer *FC*.

2. Quelle est la nature du triangle EFC ?

3. Donner l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{FCE}$.

Corrigés

Exercice 1

a] Dans un triangle *ABC* rectangle en *A* :

l'hypoténuse est **[*BC*]**

le côté adjacent à $\widehat{ABC}$ est **[*AB*]**

le côté adjacent à $\widehat{ACB}$ est **[*AC*]**

b] Dans un triangle *DEF* rectangle en *E* :

l'hypoténuse est **[*DF*]**

le côté opposé à $\widehat{EDF}$ est **[*EF*]**

le côté opposé à $\widehat{EFD}$ est **[*DE*]**

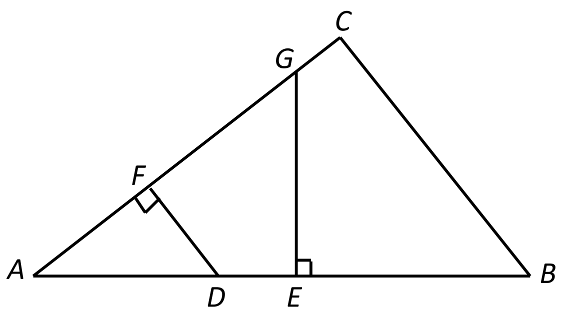
c] Dans un triangle *GHI* rectangle en *H* :

l'hypoténuse est **[*GI*]**

le côté adjacent à $\widehat{HIG}$ est **[*HI*]**

le côté opposé à $\widehat{HGI}$ est **[*HI*]**

Exercice 2



a] Comme *ABC* n'est pas rectangle, alors on ne peut pas parler de son hypoténuse.

b] L'hypoténuse du triangle *AEG* est **[*AG*]**.

c] Dans le triangle *EGA*, le côté opposé à $\widehat{EGA}$ est **[*AE*].**

d] Comme *ABC* n'est pas rectangle, alors on ne peut pas parler du côté adjacent à $\widehat{BAC}$.

e] Comme $\widehat{AEG}$ est l'angle droit de *AEG* alors on ne peut pas parler de côté adjacent en ce qui le concerne.

f] Dans le triangle *ADF*, le côté adjacent à $\widehat{DAF}$ est **[*AF*]**.

g] Dans le triangle *BEG*, le côté opposé à $\widehat{EGB}$ est **[*BE*]**.

Exercice 3

a] « Dans TUV rectangle en V, l'hypoténuse est **[TU]**, la tangente de $\widehat{TUV}$ vaut $\boldsymbol{\frac{TV}{UV}}$ et le **sinus** de l'angle $\widehat{TUV}$ vaut $\frac{TV}{TU}$. »

b] « Dans le triangle ***HJK*** rectangle en ***K***, on a $\tan(\widehat{HJK})=\frac{HK}{KJ}$. »

Exercice 4

1. Dans le triangle FAD rectangle en F on a $\sin(\widehat{FAD})=\frac{DF}{AD}$ donc $\boldsymbol{\sin(\widehat{CAD})=\frac{DF}{AD}}$.

Dans le triangle AEG rectangle en E on a $\sin(\widehat{GAE})=\frac{EG}{AG}$ donc $\boldsymbol{\sin(\widehat{CAD})=\frac{EG}{AG}}$.

Dans le triangle ABC rectangle en C on a $\sin(\widehat{CAB})=\frac{BC}{AB}$ donc $\boldsymbol{\sin(\widehat{CAD})=\frac{BC}{AB}}$.

2. Dans FAD rectangle en F on a $\cos(\widehat{FAD})=\frac{AF}{AD}$ et dans AEG rectangle en E on a $\cos(\widehat{GAE})=\frac{AE}{AG}$.

Comme $\widehat{FAD}=\widehat{GAE}$ alors $\cos(\widehat{FAD})=\cos(\widehat{GAE})$ donc $\boldsymbol{\frac{AF}{AD}=\frac{AE}{AG}}$.

Exercice 5

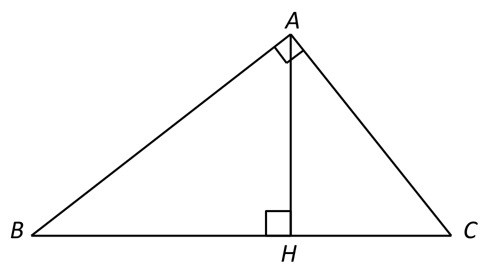
Angle	30°	45°	20°	83°	60°
Sinus	**0,5**	**≈ 0,71**	**≈ 0,34**	**≈ 0,99**	**≈ 0,87**
Tangente	**≈ 0,58**	**1**	**≈ 0,36**	**≈ 8,14**	**≈ 1,73**

Exercice 6

Sinus	0,4	0,9	1,1
Angle	**≈ 24°**	**≈ 64°**	**Impossible**

Tangente	0,28	1	2,3
Angle	**≈ 16°**	**45°**	**≈ 67°**

Exercice 7



1. Comme la somme des angles du triangle *ABC* vaut 180° alors :

$\widehat{ABC} = 180 - \widehat{BAC} - \widehat{ACH}$.

D'où $\widehat{ABH} = 90 - \widehat{ACH}$.

Comme la somme des angles du triangle *AHC* vaut 180° alors :

$\widehat{HAC} = 180 - \widehat{AHC} - \widehat{ACH}$.

D'où $\widehat{HAC} = 90 - \widehat{ACH}$.

On a donc bien $\boldsymbol{\widehat{ABH} = \widehat{HAC}}$.

2. De l'égalité précédente on déduit $\tan \widehat{ABH} = \tan \widehat{HAC}$.

Dans *ABH* rectangle en *H* on a $\tan \widehat{ABH} = \dfrac{AH}{BH}$ et dans *ACH* rectangle en *H* on a $\tan \widehat{HAC} = \dfrac{CH}{AH}$.

On en déduit que $\boldsymbol{\dfrac{AH}{BH} = \dfrac{CH}{AH}}$.

3. De l'égalité précédente on déduit $AH \times AH = BH \times CH$ soit $\boldsymbol{AH^2 = BH \times CH}$.

Exercice 8

Comme *ABC* est un triangle rectangle en *A*, alors $\sin(\widehat{BCA}) = \dfrac{AB}{BC}$ donc $\sin(35\,°) = \dfrac{5}{BC}$

D'où *BC* vaut $\dfrac{5}{\sin(35\,°)}$ $\approx$ **9 cm** .

Exercice 9

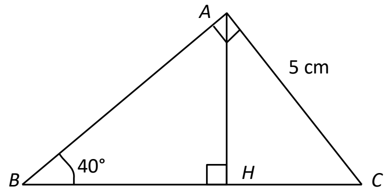
Comme *MNP* est rectangle en *M,* alors $\cos(\widehat{MPN}) = \dfrac{MP}{NP}$ donc $\cos(42\,°) = \dfrac{MP}{5{,}4}$.

D'où *MP* vaut $5{,}4 \times \cos(42\,°)$ $\approx$ **4,0 cm** .

Exercice 10

Comme *RST* est un triangle rectangle en *S*, alors $\tan(\widehat{SRT}) = \dfrac{ST}{RT}$ donc $\tan(\widehat{SRT}) = \dfrac{7}{4}$ d'où $\boldsymbol{\widehat{SRT} \approx 60{,}26\,°}$.

Exercice 11



1. Voir ci-contre.

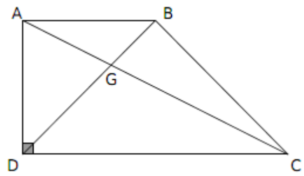
2. Comme *ABC* est un triangle rectangle en *A*, alors $\tan(\widehat{ABC})=\dfrac{AC}{AB}$.

Donc $\tan(40°)=\dfrac{5}{AB}$ d'où *AB* vaut $\dfrac{5}{\tan(40°)}\approx\mathbf{6{,}0\ cm}$.

3. Comme *ABH* rectangle en *H*, alors $\sin(\widehat{ABH})=\dfrac{AH}{AB}$.

On a donc $AH=AB\sin(\widehat{ABH})$ d'où $AH=\dfrac{5\times\sin(40°)}{\tan(40°)}$ soit ***AH* = 3,83 cm**.

Exercice 12



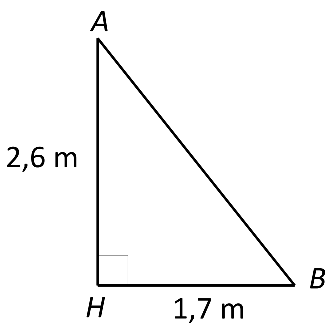
1. Comme *ADC* est rectangle en *D*, alors $\tan(\widehat{ACD})=\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{4{,}5}{6}$ d'où $\widehat{ACD}\approx\mathbf{37°}$.

2. Comme *ADC* est un triangle rectangle en *D*, alors $AC^2 = AD^2 + CD^2$ donc $AC^2 = 56{,}25$ d'où ***AC* = 7,5 cm**.

3. Comme *ABCD* est un trapèze rectangle de bases [*AB*] et [*CD*] alors [*AB*] et [*CD*] sont parallèles.
Comme, en plus, [*CD*] perpendiculaire à [*AD*] alors [*AB*] est perpendiculaire à [*AD*].
Comme, en plus, *AB* = *AD* , alors le triangle ***ABD* est un triangle isocèle rectangle en *A***.

4. Comme le triangle *ABD* est rectangle en *A* alors $BD^2 = AD^2 + AB^2$ d'où $BD=\sqrt{40{,}5}$ soit ***BD* ≈ 6,4 cm**.

Exercice 13



En admettant que le lampadaire est perpendiculaire au sol, une coupe du cône de lumière forme le triangle rectangle ci-contre.

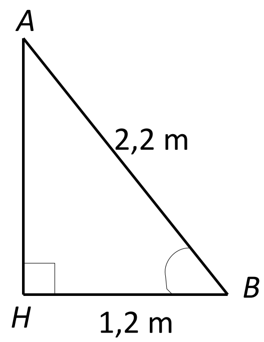
On a par conséquent $\tan(\widehat{BAH})=\dfrac{BH}{AH}$ soit $\tan(\widehat{BAH})=\dfrac{1{,}7}{2{,}6}$

D'où $\widehat{BAH}=\tan^{-1}\left(\dfrac{1{,}7}{2{,}6}\right)$

L'angle du cône de lumière vaut donc $2\tan^{-1}\left(\dfrac{1{,}7}{2{,}6}\right)\approx\mathbf{66°}$

Exercice 14

1. On schématise la situation par le dessin ci-contre.



Comme *ABH* est un triangle rectangle en *H*, alors $\cos(\widehat{ABH}) = \dfrac{BH}{AB}$

$$\cos(\widehat{ABH}) = \frac{1{,}2}{2{,}2}$$

d'où $\widehat{ABH} \approx 57\,°$

Cet angle est trop petit : **l'échelle risque de glisser**.

2. Le glissement de l'échelle a lieu pour un angle de 67° avec le sol.

Cherchons *BH* lorsque $\widehat{ABH}$ mesure 67° : $\cos(67\,°) = \dfrac{BH}{2{,}2}$

$BH = 2{,}2 \cos(67°)$

$BH \approx 0{,}8596$

Par conséquent l'échelle doit être située à moins de **85 cm** du mur.

Exercice 15

1. Comme $O \in [TL]$ alors ***OT* = *LT* – *LO***.

2. Comme *LOP* est rectangle en *L,* alors : $\tan(\widehat{LPO}) = \dfrac{LO}{LP}$

$\tan(16\,°) = \dfrac{LO}{2}$ d'où *LO* = 2tan(16°) km

Comme *LTP* est rectangle en *L,* alors : $\tan(\widehat{LPT}) = \dfrac{TL}{LP}$

$\tan(16\,° + 70\,°) = \dfrac{TL}{2}$ d'où *TL* = 2tan(86°) km

On a donc ***OT* = 2tan(86°) – 2tan(16°)** soit **environ 28 km**.

Exercice 16

En admettant que les immeubles sont perpendiculaires au sol et que le regard d'Hector est parallèle au sol, alors les triangles *DEH* et *UNH* sont rectangles respectivement en *E* et *N*.

On a alors : $DE = 17 - 1{,}5$ et $UN = 12 - 1{,}5$

$DE = 15{,}5$ m $UN = 10{,}5$ m

Comme *DEH* est un triangle rectangle en *E*, alors : $\tan(\widehat{EHD}) = \dfrac{ED}{EH}$

$\tan(\widehat{EHD}) = \dfrac{15{,}5}{24}$ d'où $\widehat{EHD} \approx 32{,}9\,°$

Comme *UNH* est un triangle rectangle en *N*, alors : $\tan(\widehat{UHN}) = \dfrac{UN}{NH}$

$\tan(\widehat{UHN}) = \dfrac{10{,}5}{14}$ d'où $\widehat{UHN} \approx 36{,}9\,°$.

Comme $\widehat{EHD} < \widehat{UHN}$ alors Hector **ne pourra pas voir le sommet** *D* du grand immeuble.

Exercice 17

1. Comme le triangle *FCB* est rectangle en B alors : $FC^2 = BC^2 + FB^2$

$FC^2 = 4{,}8^2 + 6{,}4^2$ d'où $\boldsymbol{FC = 8}$ **cm**.

2. Comme [*EF*] est perpendiculaire à la face *BCGF* du pavé alors ***EFC*** **est un triangle rectangle en** ***F***.

3. Comme *EFC* est un triangle rectangle en *F*, alors : $\tan(\widehat{FCE}) = \dfrac{FE}{FC}$

$\tan(\widehat{FCE}) = \dfrac{10}{8}$ d'où $\boldsymbol{\widehat{FCE} \approx 51\,°}$